

NUMERE COMPLEXE

4. Calculează / demonstrează:

a) $|z|$ unde $z = 4 - 3i$

b) $\bar{z}$ unde $z = -3i$

c) $E = z - z \cdot \bar{z} + \bar{z}$ unde $z = 1 - 2i$

d) $\bar{z}$ unde $z = \frac{1 + 2i}{3 - i}$

e) $|z| = 1$ unde $z = \frac{1 + 2i}{1 - 2i}$

f) $z_1 + z_2 = z_1 \cdot z_2$ unde $z_1 = 1 - 2i$

$$z_2 = 1 + \frac{1}{2}i$$

$$\text{g)} \quad i(z - \bar{z}) \in \mathbb{R}$$

$$\text{h)} \quad z \cdot \bar{z} = 1 \quad \text{unde} \quad |z| = 1$$

$$\text{i)} \quad \frac{z^2 + 11}{z} \in \mathbb{Z} \quad \text{unde} \quad |z| = \sqrt{11}$$

Soluții

4. a) $|z| = 5$

b) $\bar{z} = 3 - i$

c) $E = -3$

d) $\bar{z} = \frac{1}{10} + \frac{7}{10}i$

e) Folosim proprietatea $\left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$

$$\Rightarrow |z| = 1$$

f) Efectuăm operațiile între numere
complexe $\Rightarrow$ egalitatea

g) înlocuim $z = a + bi$ $\bar{z} = a - bi$

$$\Rightarrow i(z - \bar{z}) = i \cdot 2bi = -2b \quad b \in \mathbb{R}$$

h) Folosim proprietatea $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

$$\Rightarrow |z|^2 = 1 \quad 1 = 1$$

i) desfacem în două fracții,

$$\frac{z^2 + 11}{z} = z + \frac{11}{z}$$

înmulțim cu conjugata,

$$z + \frac{11}{z} = z + \frac{11 \cdot \bar{z}}{z \cdot \bar{z}}$$

apoi folosim proprietatea $z \cdot \bar{z} = |z|^2$

$$z + \frac{11 \cdot \bar{z}}{|z|^2} = z + \bar{z} \in \mathbb{R}$$